
EXERCICES 5 B

1. Trouver les limites suivantes si elles existent :

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3$
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-n)^n$
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} -n^3$
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1.01)^{0.1n}$

2. Montrer que si $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = +\infty$ et $k > 0$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} (ks_n) = +\infty$.

3. Montrer que si $(s_n), n \in \mathbb{N}^*$ est une suite croissante, alors la suite de terme générale

$$\sigma_n = \frac{1}{n}(s_1 + \cdots + s_n)$$

est également croissante.

4. Soit (s_n) une suite de nombres réels positifs. Supposons que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{s_n} = L.$$

Montrer que

- (i) si $L > 1$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = +\infty$;
- (ii) si $L < 1$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = 0$.

Qu'est-ce qu'on peut conclure si $L = 1$?

5. Soit (s_n) une suite de nombres réels positifs. Supposons que il existe

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{s_{n+1}}{s_n} = L .$$

Prouver que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{s_n} = L$.

6. Calculer les limites suivantes :

- (i) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a^n}{n^b} \quad \forall a > 1 \quad \forall b > 0$;
- (ii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a^n}{n!} \quad \forall a > 1$;
- (iii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^n}{n!}$;
- (iv) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a} \quad \forall a > 0$;
- (v) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n}$;
- (vi) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n!}$.